EXERCICE N°3 :	CONTROLE	50'	6,5 points	

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=(x+1)^2-xe^x$. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

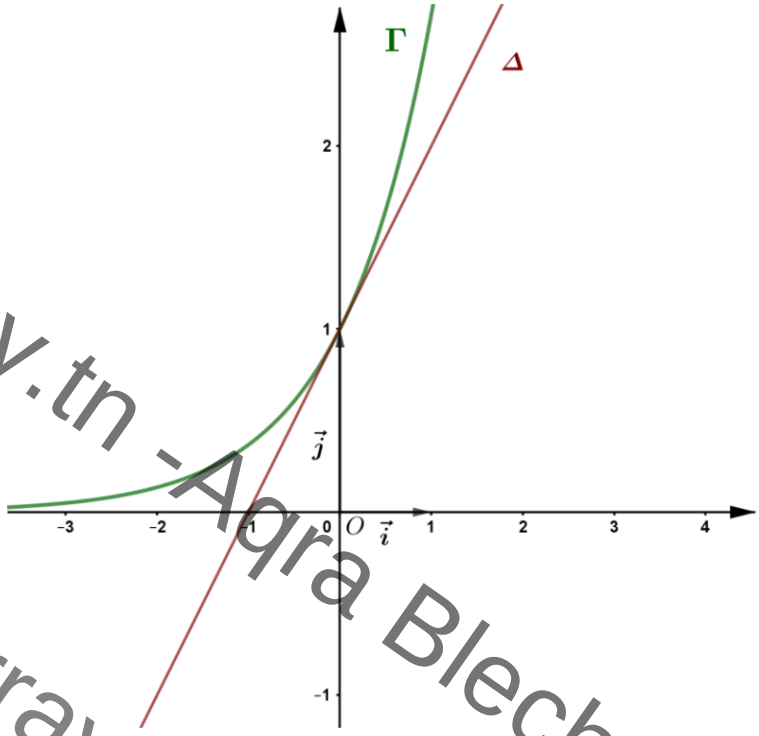
1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement.

2°) a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=(x+1)(2-e^x)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3°) Dans la figure ci-dessous, on a tracé dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative (Γ) de la fonction g définie sur IR par $g(x)=e^x$ et la droite Δ d'équation $y=x+1$.



a) Montrer que la droite Δ est une tangente commune à $\mathscr{C}$ et (Γ) au point d'abscisse 0.

b) Justifier que pour tout réel x, $e^x-(x+1)\geq 0$.

4°) a) Vérifier que pour tout réel x, $e^x-f(x)=(x+1)(e^x-x-1)$.

b) Vérifier que pour tout réel x, $(x+1)-f(x)=x(e^x-x-1)$.

c) Etudier la position relative de (C_f) et (Γ) puis de (C_f) et Δ.

5°) Tracer, la courbe (C_f).

6°) on désigne par $\mathcal{A}$ l'aire en (u.a) de la partie du plan limitée par les courbes $\mathscr{C}$ et (Γ) et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

Montrer que $\mathcal{A}=\dfrac{1}{e}-\dfrac{1}{3}$.

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn
Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn